

東京大学理科I類
数学IA テスト問題

I. R 上の関数

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$$

はいたるところで無限階微分可能であることを示せ。 $(x \neq 0$ においては自明としてよい)

II. 極限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x(x+1)} - \frac{\log(1+x)}{x^2}$$

を求めよ。

III. 代数方程式

$$x^3 - 3x + 1 = 0$$

の $x > 1$ をみたす解の近似値を求めよ。

IV. (1) 関数

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

の $x = 0$ における Taylor 展開を求めよ。

(2) 関数

$$y = \arctan x \left(|x| < \frac{\pi}{2} \right)$$

の $x = 0$ における Taylor 展開を求めよ。

V. 次の行列 A に対して $e^t A$ を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

VI. n 次正方行列 A に対して

$$\left\{ \frac{\|A\vec{x}\|}{\|\vec{x}\|}; \vec{x} \neq 0 \right\}$$

が有界であることを示せ。

I~IV 必須

V, VI 1つを選択